

Solución a “Balizas V16 obligatorias para los españoles (2026)”

Enunciado:



Una empresa que distribuye balizas V16 geolocalizadas y homologadas por la DGT estudia el comportamiento de las ventas y el alcance de la señal geolocalizada para optimizar su servicio.

Saben que el número de balizas vendidas cada día después del lanzamiento se puede aproximar mediante la función $V(t) = 500 \cdot e^{-0,05 \cdot t}$, ($t \geq 1$), donde t es el tiempo en días desde su lanzamiento y $V(t)$ se mide en decenas de unidades vendidas por día.

Además la intensidad de la señal emitida por la baliza a una distancia x metros del dispositivo se modeliza por la función $I(x) = \frac{120}{(1+x)^2}$ ($I(x)$ expresada en candelas(cd)).

Finalmente, el coste acumulado en euros asociado al mantenimiento de los servidores de geolocalización viene dado por una función de coste marginal $C'(t) = 2t + 30$, ($t \geq 1$).

Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:

- Calcula el número de balizas vendidas durante la primera semana.
- Calcula la tasa de variación instantánea de ventas el día $t=10$. Interpreta el resultado en el contexto del problema.
- Determina cuántas balizas se habrán vendido durante los primeros 30 días desde el lanzamiento (aproxima mediante integral definida).
- La intensidad mínima detectable por los centros de control es de 0.5 cd. ¿A qué distancia máxima, x , puede encontrarse la baliza para que su señal siga siendo detectable?
- Calcula el coste total de mantenimiento de los servidores durante los 12 primeros meses, suponiendo que cada mes tiene 30 días.

Solución:

a) En decenas tenemos que, durante la primera semana:

$$\sum_1^7 V(t) = \sum_1^7 500 \cdot e^{-0,05 \cdot t} = 500 \cdot (e^{-0,05} + e^{-0,1} + e^{-0,15} + e^{-0,2} + e^{-0,25} + e^{-0,30} + e^{-0,35})$$

$$\sum_1^7 V(t) \approx 2879,9063 \text{ decenas.}$$

También se puede hallar la suma de los siete primeros términos de una progresión geométrica de razón $e^{-0,05}$ y se multiplica la misma por 500.

$$\text{O sea: } \sum_1^7 V(t) = 500 \cdot \frac{e^{-0,05} \cdot (1 - (e^{-0,05})^7)}{1 - e^{-0,05}} \approx 2879,9063 \text{ decenas}$$

Por tanto, serían **28799 unidades vendidas durante la primera semana** (aprox.)

b) Derivamos la función $V(t)$.

$$V'(t) = 500 \cdot (-0,05) \cdot e^{-0,05 \cdot t} = -25 \cdot e^{-0,05 \cdot t}$$

$$\text{Y } V'(10) = -25 \cdot e^{-0,5} = \frac{-25}{\sqrt{e}} \approx -15,1632 \text{ decenas.}$$

En balizas: **la tasa de variación instantánea pedida es de -151,632** (aprox.).

Interpretación: el signo negativo indica que las ventas diarias están disminuyendo; en concreto, en el día 10, la cantidad de balizas vendidas diariamente está disminuyendo a razón de 152 balizas (aprox.) por cada día que pasa.

c) Ahora hay que calcular: $\int_1^{30} V(t) dt = \int_1^{30} 500 \cdot e^{-0,05 \cdot t} dt = \left[\frac{-500}{0,05} \cdot e^{-0,05 \cdot t} \right]_1^{30}$

O sea: $\int_1^{30} V(t) dt = \frac{-500}{0,05} \cdot (e^{-0,05 \cdot 30} - e^{-0,05}) \approx 7280,9926 \text{ decenas}$

Se han vendido durante los primeros treinta días desde su lanzamiento un total aproximado de 72810 balizas.

d) Tenemos que $0,5 = I(x) = \frac{120}{(1+x)^2}$, por lo que:

$$(1+x)^2 = 240 \Rightarrow 1+x = \sqrt{240} \Rightarrow x = \sqrt{240} - 1 \approx 14,4919 \text{ m}$$

La distancia máxima aproximada para que sea detectable es de 14,49 metros.

e) $C'(t) = 2t + 30$ con $t \geq 1$. 12 meses x 30 días = 360 días.

Por lo que: $\int_1^{360} (2t + 30) dt = \left[t^2 + 30t \right]_1^{360} = \frac{151139}{2} = 140369 \text{ €}$

El coste total de mantenimiento durante los primeros doce meses (30 días por mes) es de 140369 €.