

Solución a “Calcula dicha potencia”

Enunciado:



$$3^{x+y} = a \text{ (solución de } \log_3(6+a) - \log_3 a = 1)$$

$$3^{y+z} = f'(1), \text{ donde } f(b) = b^3 - b^2 + 8b$$

$$3^{z+x} = \int_0^3 (3c^2 - 2c + 3) dc$$

Calcula:

$$2026^{\frac{x+y+z}{3}}$$

Solución:

Primer valor: a (solución de una ecuación logarítmica)

$$\log_3(6+a) - \log_3 a = 1 \Rightarrow \log_3\left(\frac{6+a}{a}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{6+a}{a} = 3 \Leftrightarrow a = 3$$

Segundo valor: derivada en el punto 1 de una función polinómica

$$f'(b) = 3b^2 - 2b + 8 \Rightarrow f'(1) = 3 - 2 + 8 = 9$$

Tercer valor: integral definida de una función polinómica

$$\int_0^3 (3c^2 - 2c + 3) dc = \left[c^3 - c^2 + 3c \right]_0^3 = 27 - 9 + 9 = 27$$

Así pues, nos quedaría:

$$\begin{cases} 3^{x+y}=3 \\ 3^{y+z}=9 \\ 3^{z+x}=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ z+x=3 \end{cases} \text{ (sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas)}$$

Si a la tercera le restamos la segunda tendríamos: $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$, cuya solución inmediata es $x=1$; $y=0$ y por tanto, $z=2$.

Finalmente, la potencia a calcular queda:

$$2026^{\frac{x+y+z}{3}} = 2026^{\frac{1+0+2}{3}} = 2026^1 = 2026$$

Solución: 2026