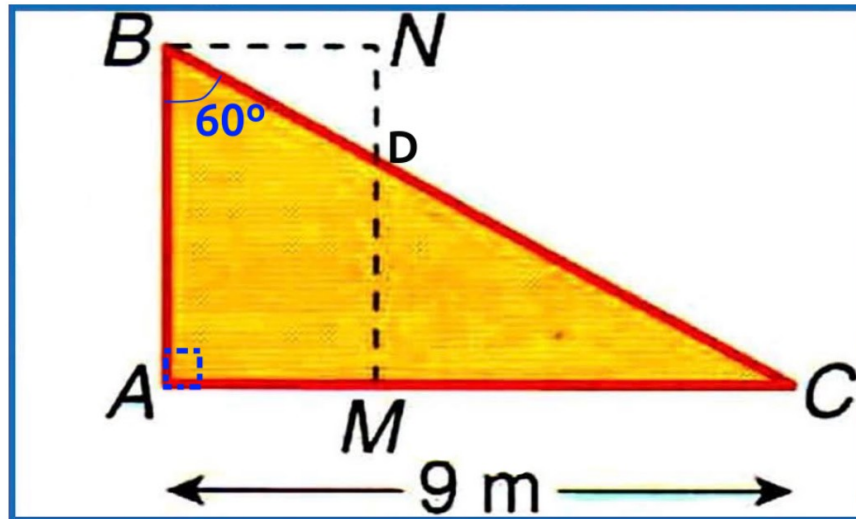


Solución a "El rectángulo escondido"

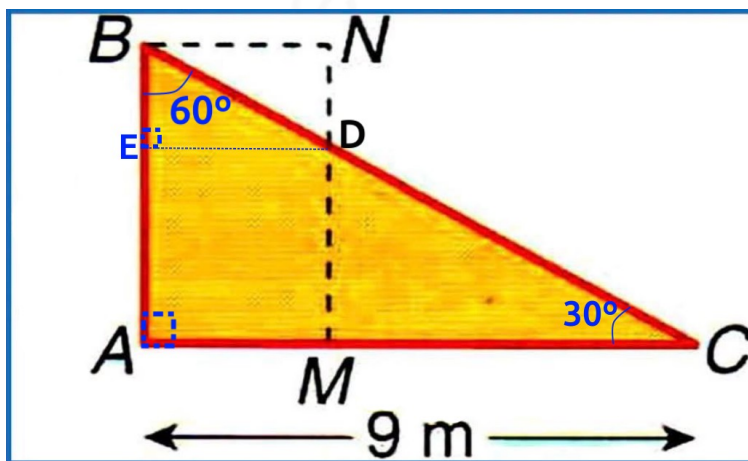
Enunciado:

El área del rectángulo $ABNM$ es $\frac{2}{3}$ del área del triángulo rectángulo ABC . Halla la longitud del segmento AM , así como el área y el perímetro del trapecio rectángulo $ABDM$.



Solución:

Consideremos la figura anterior con estos datos adicionales:



Llamemos $x = AB$, entonces el área del rectángulo es: $A_{ABNM} = AM \cdot x$.

El área del triángulo rectángulo es: $A_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{9 \cdot x}{2}$.

Como el área del rectángulo es $\frac{2}{3}$ del área del triángulo, entonces

$$AM \cdot x = \frac{2}{3} \cdot \frac{9 \cdot x}{2} = 3x \Leftrightarrow \mathbf{AM = 3 \text{ m}}$$

Por otro lado: $\tan 30^\circ = \frac{AB}{9} = \frac{x}{9} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{9} \Leftrightarrow AB = x = 3 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$ y la hipotenusa del triángulo $\triangle ABC$ es $BC^2 = 9^2 + (3 \cdot \sqrt{3})^2 = 108 \Rightarrow BC = \sqrt{108} = 6 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$

Como los triángulos rectángulos $\triangle ABC$ y $\triangle EBD$ son semejantes (por tener los mismos ángulos) se cumple: $\frac{ED}{EB} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \frac{AM}{EB} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \frac{3}{EB} = \frac{9}{3 \cdot \sqrt{3}} \Leftrightarrow EB = \sqrt{3} \text{ m}$

Aplicando Pitágoras al triángulo $\triangle EBD$ resulta:

$$BD^2 = EB^2 + ED^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2 = 3 + 9 = 12 \Rightarrow BD = \sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$$

También se tiene: $DM = EA = AB - EB = 3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$

Ya tenemos todos los datos necesarios para calcular el área y el perímetro del trapecio rectángulo de la figura:

$BD = 2 \cdot \sqrt{3}$, $DM = 2 \cdot \sqrt{3}$, $AM = 3$, $AB = 3 \cdot \sqrt{3}$ y $ED = AM = 3$ (todos en metros)

El área del trapecio $ABDM$ es:

$$\mathbf{A_{ABDM} = \frac{AB + DM}{2} \cdot ED = \frac{3 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 3 = \frac{15 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{ m}^2 \approx 12,9904 \text{ m}^2}$$

Finalmente, el perímetro del trapecio $ABDM$ es:

$$\mathbf{P_{ABDM} = AB + BD + DM + AM = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3 = 3 + 7 \cdot \sqrt{3} \text{ m} \approx 15,1244 \text{ m}}$$