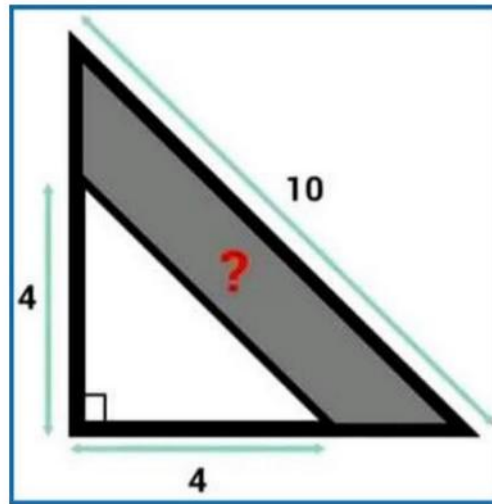


Solución a “Zona gris sombreada”

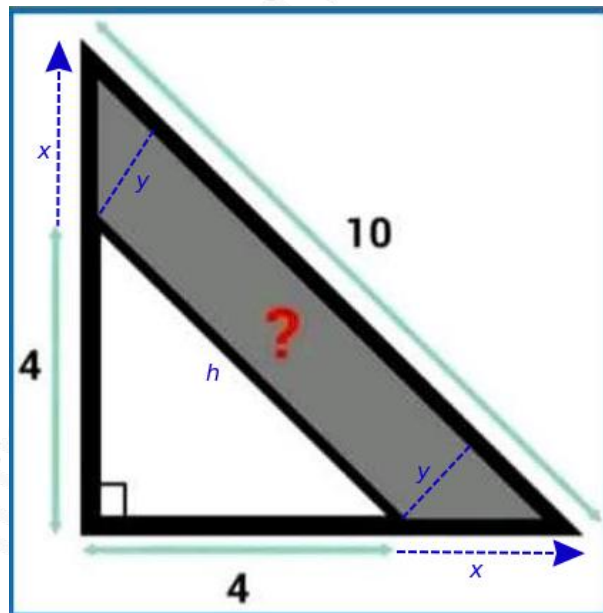
Enunciado:

Halla el perímetro y el área (esta última de dos formas distintas) de la zona gris sombreada. Las hipotenusas de los respectivos triángulos rectángulos son paralelas. Después halla la razón de semejanza (r) entre dichos triángulos y comprueba que al dividir el área del mayor entre el área del menor nos da el cuadrado de r .



Solución:

Consideremos:



Los dos triángulos rectángulos son semejantes (pues tienen los mismos ángulos). Así pues ambos son triángulos rectángulos isósceles.

El perímetro de la zona gris es la suma: $10+2x+h$. Calculemos h y después x .

En el triángulo menor T_m tenemos: $h^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \Rightarrow h = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

En el triángulo mayor T_M tenemos: $(4+x)^2 + (4+x)^2 = 10^2 \Leftrightarrow 2 \cdot (4+x)^2 = 100 \Leftrightarrow (4+x)^2 = 50$

Y por tanto: $4+x = \sqrt{50} \Leftrightarrow x = \sqrt{50} - 4 = 5\sqrt{2} - 4$

Finalmente, el perímetro, vale: $P_{gris} = 10 + 2 \cdot (5\sqrt{2} - 4) + 4\sqrt{2} = 14\sqrt{2} + 2 \approx 21'799 \text{ u}$

Primera forma de calcular el área (resta de áreas de ambos triángulos)

$$A_{gris} = A_{T_M} - A_{T_m} = \frac{\sqrt{50} \cdot \sqrt{50}}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2} = 25 - 8 = 17 \text{ u}^2$$

Segunda forma de calcular el área (área del trapecio isósceles gris)

Base mayor = 10 ; base menor = h ; altura = y.

$h = 4\sqrt{2}$; la base mayor $10 = h + 2z = 4\sqrt{2} + 2z \Rightarrow z = 5 - 2\sqrt{2}$ (siendo z un cateto del triángulo rectángulo pequeño superior con x hipotenusa e y el otro cateto).

Así pues: $y^2 = x^2 - z^2 = (5\sqrt{2} - 4)^2 - (5 - 2\sqrt{2})^2 = 33 - 20\sqrt{2}$

Luego: $y = \sqrt{33 - 20\sqrt{2}}$

$$A_{gris} = \frac{(10 + 4\sqrt{2}) \cdot \sqrt{33 - 20\sqrt{2}}}{2} = 17 \text{ u}^2$$

Razón de semejanza r entre dichos triángulos

$$r = \frac{10}{h} = \frac{10}{4\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

Comprobación

$$\frac{A_{T_M}}{A_{T_m}} = \frac{25}{8} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{4} \right)^2 = r^2 \text{ (comprobado)}$$