

Solución a "Agua en vino y vino en agua"

(1º Bachillerato)

Enunciado:



Dos recipientes contienen respectivamente 15 litros de agua (recipiente A) y 10 litros de vino (recipiente B). Se llena un vaso vacío de 200 cc del recipiente con solo vino (B) y se vierte por completo en el recipiente con agua (A). A continuación se mezcla todo el contenido del recipiente A muy bien. Ahora el vaso vacío se llena con la mezcla del recipiente A y se vierte por completo en el recipiente B (que contenía sólo vino) y se mezcla todo muy bien. Ahora los dos recipientes tienen agua y vino.

Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) ¿Hay al final más agua en el recipiente del vino (B) o más vino en el recipiente del agua (A)?
- b) ¿Cuántos cc de vino hay en el recipiente del agua (A) y cuántos cc de agua hay en el recipiente del vino (B)?
- c) ¿Cuál es el porcentaje del vino en el recipiente A y cuál es el porcentaje de agua en el recipiente B?
- d) Si inicialmente los recipientes contienen respectivamente X e Y litros y el vaso z cc ¿las respuestas a las tres preguntas anteriores son diferentes?

Solución:

200 cc son 0'2 L.

Inicialmente el recipiente **A** tiene 15 L (sólo agua) y el **B** tiene 10 L (sólo vino).

Llenamos el vaso completamente de vino (recipiente **B**) y lo vertimos en el recipiente **A** y lo mezclamos muy bien. Entonces:

El recipiente **A** tiene ahora 15 L de agua + 0'2 L de vino (15'2 L en total).

El recipiente **B** tiene ahora $10 - 0'2 = 9'8$ L de vino (0 L de agua).

En el recipiente **A** tenemos que por cada litro que extraiga hay exactamente:

$$\frac{15}{15'2} = \frac{75}{76} \text{ L de agua y } \frac{0'2}{15'2} = \frac{1}{76} \text{ L de vino.}$$

Por lo que, en el vaso que ahora extraemos del recipiente **A** habrá exactamente:

$$0'2 \cdot \frac{15}{15'2} = \frac{15}{76} \text{ L de agua y } 0'2 \cdot \frac{0'2}{15'2} = \frac{1}{380} \text{ L de vino.}$$

En el recipiente **A** quedará por tanto (después de esta segunda extracción):

$$15 - \frac{15}{76} = \frac{1125}{76} \text{ L de agua y } 0'2 - \frac{1}{380} = \frac{15}{76} \text{ L de vino.}$$

En el recipiente **B** tendremos (después del segundo vertido):

$$0 + \frac{15}{76} = \frac{15}{76} \text{ L de agua y } 9'8 + \frac{1}{380} = \frac{745}{76} \text{ L de vino.}$$

a) Agua en el recipiente del vino (**B**) hay $\frac{15}{76}$ L que coincide con los litros de vino que hay en el recipiente del agua (**A**). Así pues, coinciden ambos.

$$\text{b) } \frac{15}{76} \text{ L} = \frac{15000}{76} \text{ cc} = \frac{3750}{19} \text{ cc} \approx 197'3684 \text{ cc}$$

c) En el recipiente **A** (que sigue conteniendo 15 L en total) hay $\frac{15}{76}$ L de vino de

$$\text{un total de 15 L, lo que sería: } \frac{15}{76} \div 15 = \frac{1}{76} \Rightarrow \frac{25}{19} \% \approx 1'3158 \% \text{ (porcentaje de}$$

vino en el recipiente del agua)

En el recipiente **B** (que sigue conteniendo 10 L en total) hay $\frac{15}{76}$ L de agua de un total de 10 L, lo que sería: $\frac{15}{76} \div 10 = \frac{3}{152} \Rightarrow \frac{75}{38} \% \approx 1'9737 \%$ (porcentaje del agua en el recipiente del vino).

d) Ahora el recipiente **A** contiene X L de solo agua y el **B** contiene Y L de solo vino.

Ahora z cc son $\frac{z}{1000}$ L. Suponemos lógicamente que $X > 0$ y que $Y > \frac{z}{1000}$.

Llenamos el vaso completamente de vino (recipiente **B**) y lo vertimos en el recipiente **A** y lo mezclamos muy bien. Entonces:

El recipiente **A** tiene ahora X L de agua + $\frac{z}{1000}$ L de vino ($X + \frac{z}{1000}$ L en total).

El recipiente **B** tiene ahora $Y - \frac{z}{1000}$ L de vino (0 L de agua).

En el recipiente **A** tenemos que por cada litro que extraiga hay exactamente:

$$X \div \left(X + \frac{z}{1000} \right) = \frac{1000 X}{z + 1000 X} \text{ L de agua y } \frac{z}{1000} \div \left(X + \frac{z}{1000} \right) = \frac{z}{z + 1000 X} \text{ L de vino}$$

Por lo que, en el vaso que ahora extraemos del recipiente **A** habrá exactamente:

$$\frac{z}{1000} \cdot \frac{1000 X}{z + 1000 X} \text{ L de agua y } \frac{z}{1000} \cdot \frac{z}{z + 1000 X} \text{ L de vino}$$

En el recipiente **A** quedará por tanto (después de esta segunda extracción):

$$X - \frac{z}{1000} \cdot \frac{1000 X}{z + 1000 X} = X - z \cdot \frac{X}{z + 1000 X} \text{ L de agua y } \frac{z}{1000} - \left(\frac{z}{1000} \cdot \frac{z}{z + 1000 X} \right) \text{ L de vino}$$

En el recipiente **B** tendremos (después del segundo vertido):

$$0 + z \cdot \frac{X}{z + 1000 X} = z \cdot \frac{X}{z + 1000 X} \text{ L de agua y } Y - \frac{z}{1000} + \frac{z}{1000} \cdot \frac{z}{z + 1000 X} \text{ L de vino.}$$

$$\text{Pero } \frac{z}{1000} - \left(\frac{z}{1000} \cdot \frac{z}{z+1000 X} \right) = \frac{z}{1000} \cdot \left(1 - \frac{z}{z+1000 X} \right) = \frac{z}{1000} \cdot \frac{1000 X}{z+1000 X} = z \cdot \frac{X}{z+1000 X}$$

Luego:

Agua en el recipiente del vino (**B**) hay $z \cdot \frac{X}{z+1000 X}$ L que coincide con los litros de vino que hay en el recipiente del agua (**A**). Así pues, coinciden ambos. Así pues la pregunta del apartado **a)** en este caso sigue siendo coinciden.

Los cc de vino que hay en el recipiente **A** coinciden con los cc de agua que hay en el recipiente **B** y sería:

$$1000 \cdot \left(\frac{z}{1000} \cdot \frac{1000 X}{z+1000 X} \right) = z \cdot \frac{1000 X}{z+1000 X} \text{ cc (respuesta a la nueva pregunta } \mathbf{b))}$$

Nueva **c)** – porcentajes

$$\text{Vino en el } \mathbf{A}: \left(z \cdot \frac{X}{z+1000 X} \right) \div X = \frac{z}{z+1000 X} \Rightarrow \frac{100 z}{z+1000 X} \%$$

$$\text{Agua en el } \mathbf{B}: \left(z \cdot \frac{X}{z+1000 X} \right) \div Y = \frac{z \cdot X}{Y \cdot (z+1000 X)} \Rightarrow \frac{100 z \cdot X}{Y \cdot (z+1000 X)} \%$$