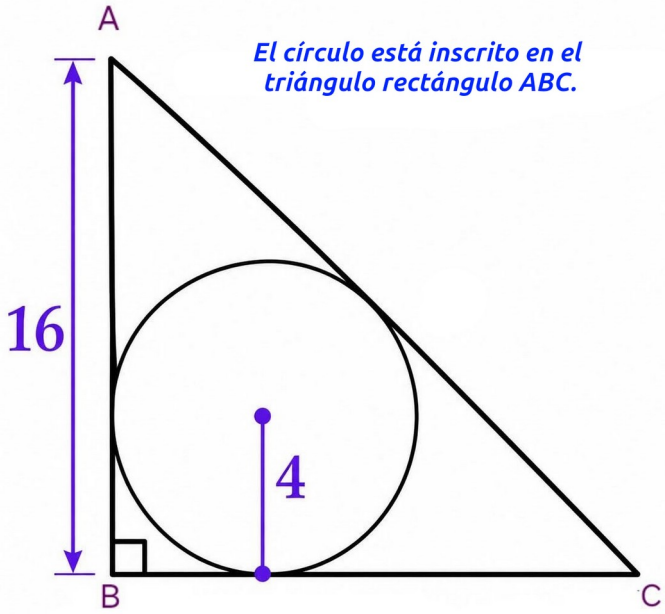
Solución a "Calcula el perímetro del triángulo y sus ángulos"

(4ºESO)

Enunciado:

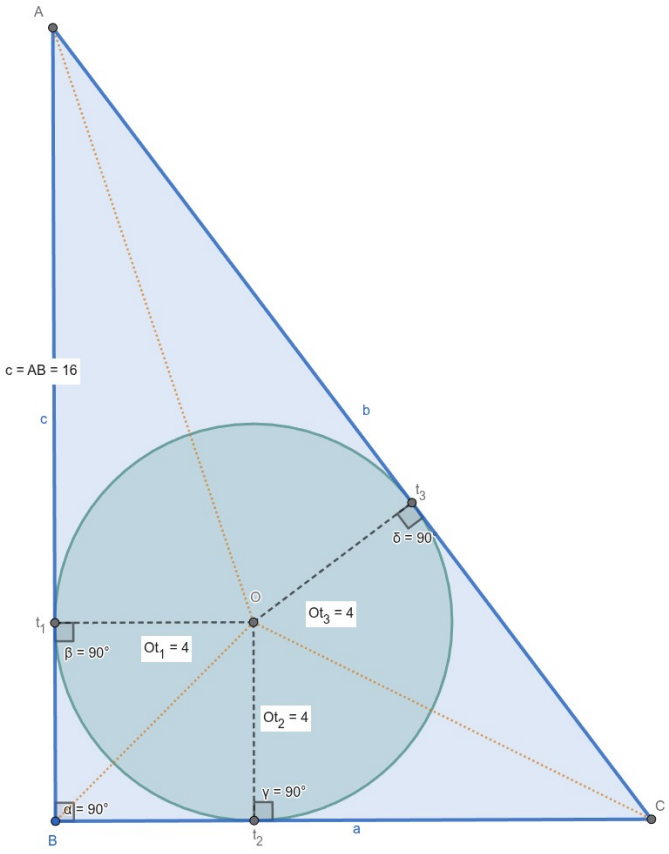


Calcula el perímetro del triángulo y sus ángulos.

Solución:

Consideremos la figura con estas consideraciones:

Los catetos son ***c=16*** (dato) y **a**. La hipotenusa es ***b***. Los puntos de tangencia son t_1, t_2 y t_3.



Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$b^2=c^2+a^2=256+a^2$$

La figura del triángulo se ha descompuesto en tres triángulos: ***ΔAOB***, ***ΔBOC*** y ***ΔCOA***. Las áreas respectivas de cada uno de ellos serían:

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/

$A_{AOB}=\frac{AB\cdot Ot_1}{2}=\frac{16\cdot 4}{2}=32$, $A_{BOC}=\frac{a\cdot Ot_2}{2}=2a$ y $A_{COA}=\frac{b\cdot Ot_3}{2}=2b$

La suma de las tres áreas nos da el área completa de nuestro triángulo ***ΔABC***.

Por otro lado: $A_{ABC}=\frac{a\cdot c}{2}=\frac{a\cdot 16}{2}=8a$; luego $A_{ABC}=32+2a+2b$.

Así pues: $8a=32+2a+2b\Leftrightarrow 6a=32+2b\Leftrightarrow 3a=16+b\Leftrightarrow b=3a-16$ *(relación entre la hipotenusa y uno de sus catetos)*

Como teníamos $b^2=256+a^2$, resulta $256+a^2=b^2=(3a-16)^2=9a^2-96a+256$.

Lo que significa que: $8a^2-96a=0\Leftrightarrow 8a\cdot(a-12)=0\Rightarrow a=12$ *(al ser a no nulo)*

El cateto ***a*** mide 12 y la hipotenusa ***b*** es *3*12-16=20*. Ya tenemos los tres lados del triángulo rectángulo ***ΔABC*** :

$$c=16\ ,\ a=12\ \ y\ \ b=20$$

El perímetro es, por tanto, 16+12+20=48.

Solución: 48 u (unidades)

Por Trigonometría *calculamos los ángulos del triángulo rectángulo* ***ΔABC*** .

Tenemos: $\tan\hat{C}=\frac{16}{a}=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}\Rightarrow\hat{C}=arc\tan\left(\frac{4}{3}\right)\approx 53^o\ 7'\ 48.37''$

Y el ángulo $\hat{A}$ sería: $\hat{A}=90^o-\hat{C}\approx 36^o\ 52'\ 11.63''$

El ángulo $\hat{B}$, al ser recto, es $\hat{B}=90^o$

https://profematesjac.wordpress.com/

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/