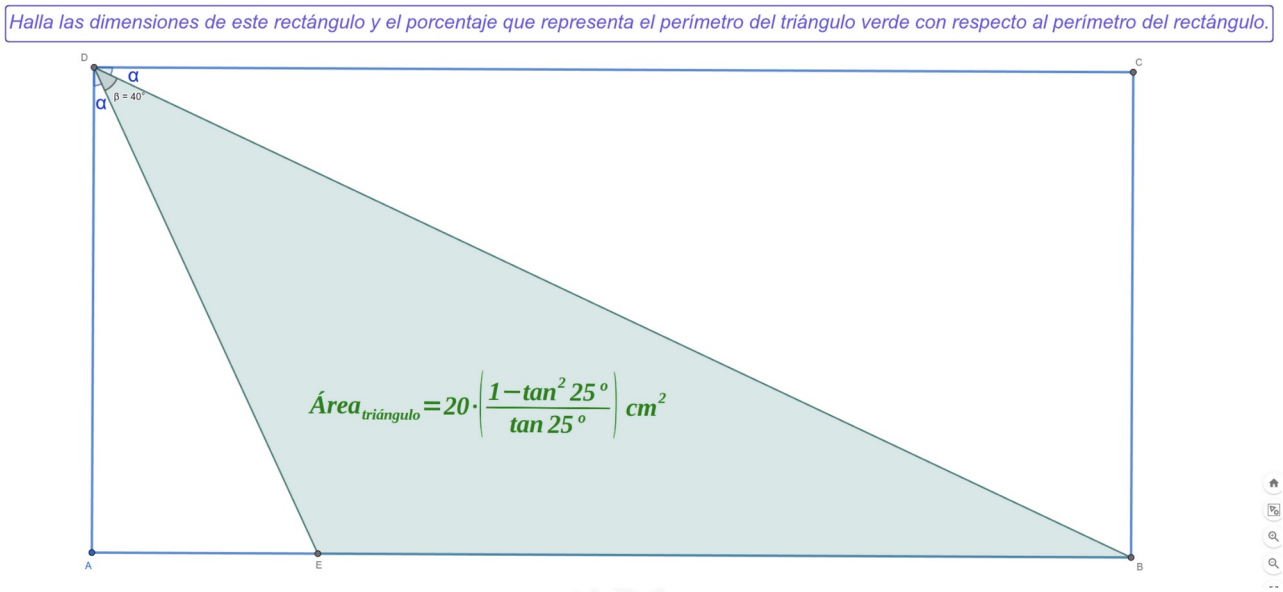
Solución a "Dimensiones del rectángulo y algo más"

(1º Bachillerato Ciencias)

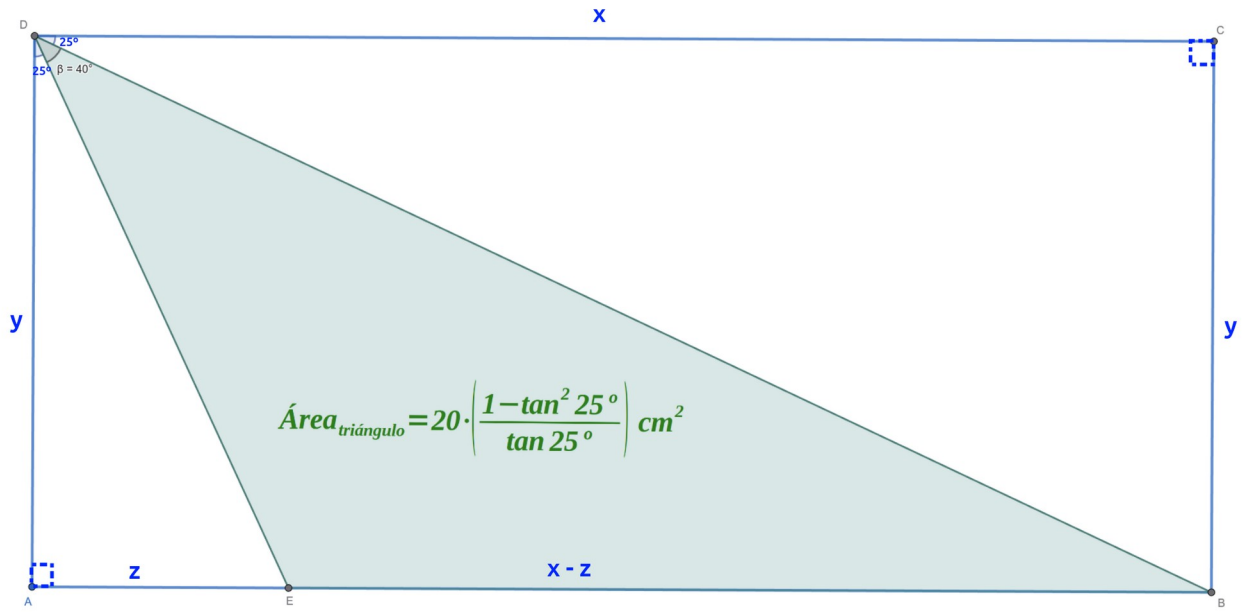
Enunciado:



Solución:

El ángulo α es de 25º pues $\alpha+\beta+\alpha=90^o \Rightarrow 2\alpha=90^o-40^o \Leftrightarrow 2\alpha=50^o \Leftrightarrow \alpha=25^o$

Consideremos la figura con estas indicaciones:



© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/

En el triángulo $\boldsymbol{\Delta BCD}$ tenemos: $\tan 25^o=\frac{y}{x}\Leftrightarrow y=x\cdot\tan 25^o$ y $x=\frac{y}{\tan 25^o}$

En el triángulo $\boldsymbol{\Delta ADE}$ tenemos: $\tan 25^o=\frac{z}{y}\Leftrightarrow z=y\cdot\tan 25^o$

El área del triángulo verde es:

$$20\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)=\frac{1}{2}\cdot(x-z)\cdot y=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{y}{\tan 25^o}-y\cdot\tan 25^o\right)\cdot y=\frac{y^2}{2}\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)$$

De donde: $20=\frac{y^2}{2}\Leftrightarrow y^2=40\Rightarrow \boldsymbol{y=2\cdot\sqrt{10}\ cm}$ y por tanto $\boldsymbol{x=\frac{2\cdot\sqrt{10}}{\tan 25^o}\ cm}$

(dimensiones del rectángulo)

Calculemos los lados del triángulo verde *(todos en cm)*:

$$\cos 25^o=\frac{y}{DE}\Leftrightarrow DE=\frac{y}{\cos 25^o}=\frac{2\cdot\sqrt{10}}{\cos 25^o}$$

$$sen\,25^o=\frac{y}{BD}\Leftrightarrow BD=\frac{y}{sen\,25^o}=\frac{2\cdot\sqrt{10}}{sen\,25^o}$$

$$BE=x-z=\frac{y}{\tan 25^o}-y\cdot\tan 25^o=y\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)=2\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)$$

El perímetro del triángulo verde es (en cm):

$$\frac{2\cdot\sqrt{10}}{\cos 25^o}+\frac{2\cdot\sqrt{10}}{sen\,25^o}+2\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)$$

Y el perímetro del rectángulo (en cm) es: $2x+2y$; o sea:

$$\frac{2y}{\tan 25^o}+2y=2y\cdot\left(1+\frac{1}{\tan 25^o}\right)=4\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1+\tan 25^o}{\tan 25^o}\right)$$

Así pues:

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/

$$\left(\frac{2\cdot\sqrt{10}}{\cos 25^o}+\frac{2\cdot\sqrt{10}}{sen\,25^o}+2\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1-\tan^2 25^o}{\tan 25^o}\right)\right)\div\left(4\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1+\tan 25^o}{\tan 25^o}\right)\right)\approx 0{,}818535$$

*Por lo que dicho perímetro representa el **81,85%** (aprox.) del perímetro del rectángulo.*

https://profematesjac.wordpress.com/

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/