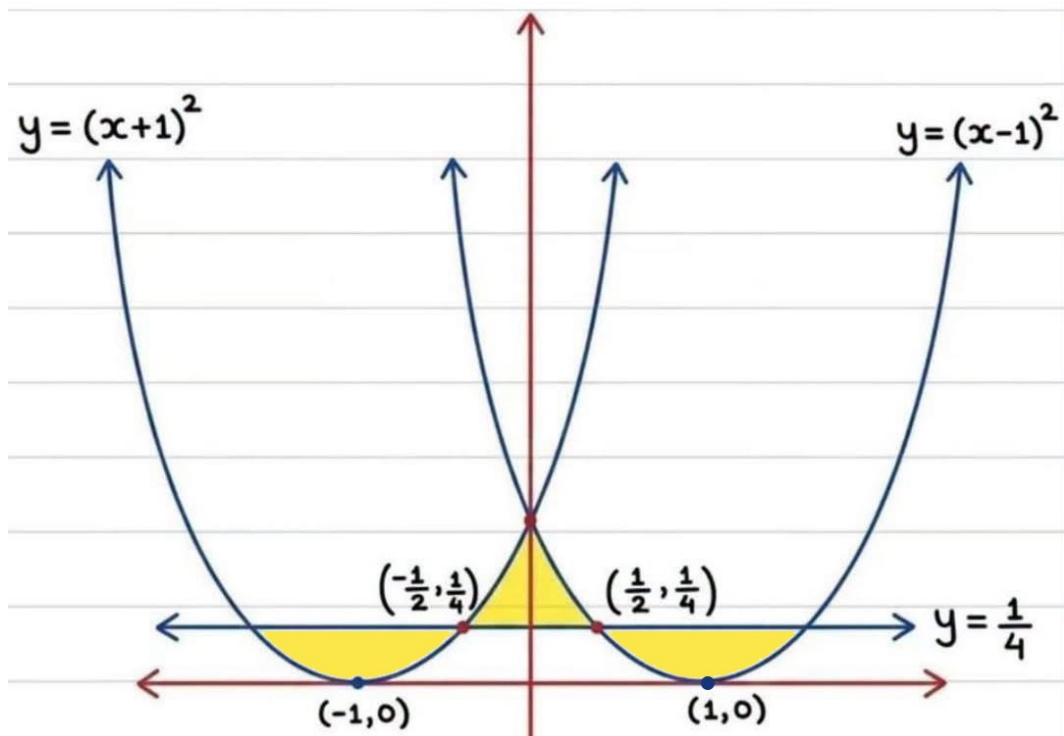


Solución a "Hallar el área coloreada de amarillo"

Enunciado:

HALLAR EL ÁREA COLOREADA DE AMARILLO



Solución:

Calculemos los puntos de corte de las funciones $y = (x+1)^2$ e $y = (x-1)^2$, respectivamente, con la función $y = \frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{4} = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \text{ y } x_2 = -\frac{3}{2}$$

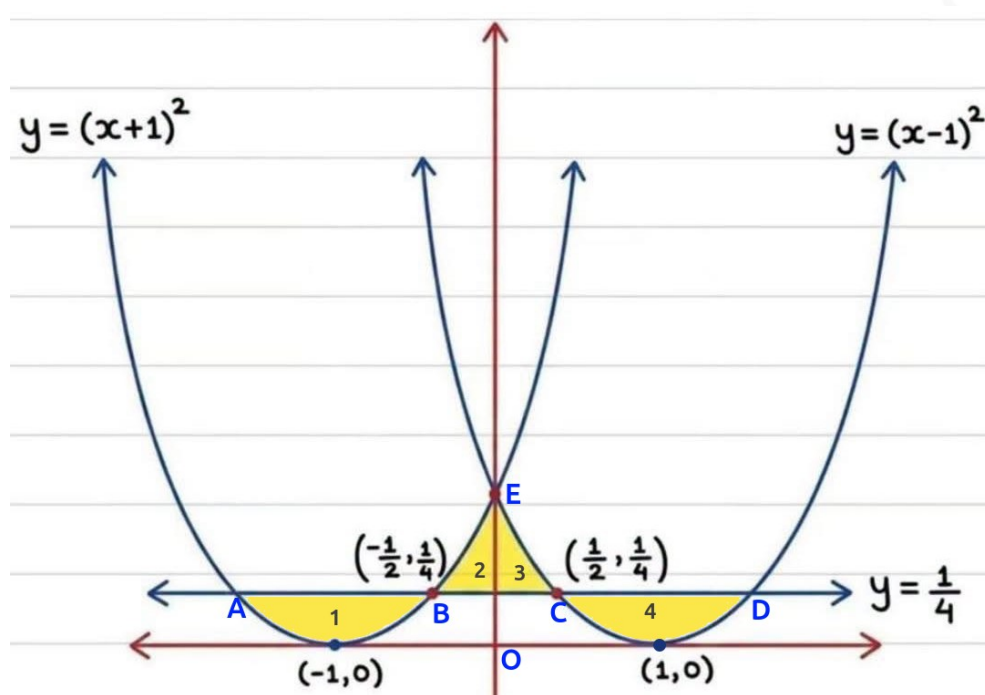
$$\frac{1}{4} = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \text{ y } x_2 = \frac{1}{2}$$

Por tanto los puntos **A**, **B**, **C** y **D** son los siguientes (ver figura siguiente):

A(-3/2 , 1/4) , **B**(-1/2 , 1/4) , **C**(1/2 , 1/4) y **D**(3/2 , 1/4)

Y el punto intersección de $y=(x+1)^2$ e $y=(x-1)^2$ sería:

$$(x+1)^2=(x-1)^2 \Leftrightarrow x^2+2x+1=x^2-2x+1 \Rightarrow x=0 ; \text{ el punto } E(0, 1).$$



El área amarilla sería la suma de las áreas de las zonas 1, 2, 3 y 4 del gráfico.

Por lo que:

$$A = \int_{-3/2}^{-1/2} \left(\frac{1}{4} - (x+1)^2 \right) dx + \int_{-1/2}^0 \left((x+1)^2 - \frac{1}{4} \right) dx + \int_0^{1/2} \left((x-1)^2 - \frac{1}{4} \right) dx + \int_{1/2}^{3/2} \left(\frac{1}{4} - (x-1)^2 \right) dx$$

Pero:

$$\int_{-3/2}^{-1/2} \left(\frac{1}{4} - (x+1)^2 \right) dx = \int_{-3/2}^{-1/2} \left(-x^2 - 2x - \frac{3}{4} \right) dx = \int_{-1/2}^{-3/2} \left(x^2 + 2x + \frac{3}{4} \right) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{3x}{4} \right]_{-1/2}^{-3/2} = \frac{1}{6}$$

$$\int_{-1/2}^0 \left((x+1)^2 - \frac{1}{4} \right) dx = \int_{-1/2}^0 \left(x^2 + 2x + \frac{3}{4} \right) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{3x}{4} \right]_{-1/2}^0 = \frac{1}{6}$$

$$\int_0^{1/2} \left((x-1)^2 - \frac{1}{4} \right) dx = \int_0^{1/2} \left(x^2 - 2x + \frac{3}{4} \right) dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{3x}{4} \right]_0^{1/2} = \frac{1}{6}$$

$$\int_{1/2}^{3/2} \left(\frac{1}{4} - (x-1)^2 \right) dx = \int_{1/2}^{3/2} \left(-x^2 + 2x - \frac{3}{4} \right) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 - \frac{3x}{4} \right]_{1/2}^{3/2} = \frac{1}{6}$$

Por lo que el área total amarilla es de:

$$A = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = \frac{2}{3} u^2 \text{ (unidades cuadradas)}$$